Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова

Котласский филиал

КОНСУЛЬТАЦИЯ К ВСТУПИТЕЛЬНЫМ ИСПЫТАНИЯМ ПО МАТЕМАТИКЕ

Дмитриева Татьяна Владимировна, кандидат технических наук,

заместитель директора по организационно-воспитательной работе Котласского филиала ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»

Государственный университет морского и речного флота
имени адмирала С.О. Макарова
Котласский филиал

СТРУКТУРА ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ И ОЦЕНИВАНИЕ

На экзамене по математике абитуриенту предлагается решить 13 заданий, разбитых на три категории:

- Категория «А» (с 1 по 5) – самые простые тестовые задания с выбором правильного ответа из предложенных вариантов;
- Категория «В» (с 6 по 10) – тестовые задания средней сложности с выбором правильного ответа из предложенных вариантов;
- Категория «С» (с 11 по 13) – сложные задания, ответы которых необходимо вписать в бланк тестирования, а решения необходимо предоставить на проверку.

Правильные ответы на предложенные задания оцениваются определенным количеством баллов:

- Задания категории «А» (с 1 по 5) – 5 баллов;
- Задания категории «В» (с 6 по 10) – 8 баллов;
- Задания категории «С»: №11 – 11 баллов, №12 и №13 по 12 баллов.

Максимальная сумма баллов: 100.

Минимально допустимая сумма баллов: 27.

ЖЕЛАЮ УДАЧИ НА ЭКЗАМЕНЕ!

РАЗБОР ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ КАТЕГОРИИ «А»

1. Вычислить $\frac{3}{5}:\frac{9}{25}+\frac{4}{9}$.

Решение: $\frac{3}{5}:\frac{9}{25}+\frac{4}{9}=\frac{3}{5}\cdot\frac{25}{9}+\frac{4}{9}=\frac{5}{3}+\frac{4}{9}=\frac{5\cdot 3}{9}+\frac{4}{9}=\frac{15+4}{9}=\frac{19}{9}=2\frac{1}{9}$.

2. Упростить $\frac{\sqrt{2}\,\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{64}}$

Решение: $\frac{\sqrt{2}\,\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{64}}=\frac{\sqrt[4]{2^2}\cdot\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{64}}=\sqrt[4]{\frac{4\cdot 81}{64}}=\sqrt[4]{\frac{81}{16}}=\sqrt[4]{\frac{3^4}{2^4}}=\sqrt[4]{\left(\frac{3}{2}\right)^4}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}=1{,}5$

РАЗБОР ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ КАТЕГОРИИ «А»

3. Решить уравнение $3x + 0{,}5 = 12{,}5$.

Решение:

$3x + 0{,}5 = 12{,}5$

$3x = 12{,}5 - 0{,}5$

$3x = 12$

$x = 12 : 3$

$x = 4$

Ответ: $x = 4$.

4. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x + y = 9, \\ 2x - y = 1. \end{cases}$

Решение: $\begin{cases} 3x + y = 9, \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 9 - 3x, \\ 2x - (9 - 3x) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 9 - 3x, \\ 2x - 9 + 3x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 9 - 3x, \\ 5x - 9 = 1 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} y = 9 - 3x, \\ 5x = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 9 - 3x, \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2, \\ y = 9 - 3 \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2, \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow (2;\ 3)$

Ответ: $(2,\ 3)$.

РАЗБОР ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ КАТЕГОРИИ «А»

5. Решить уравнение $\sin 2x = 1$.

Решение: *Данное тригонометрическое уравнение - частный случай*

$\sin 2x = 1$

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \qquad k \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \qquad k \in Z$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \qquad k \in Z$

Некоторые частные случаи простейших тригонометрических уравнений:

$$\sin x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\sin x = -1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\sin x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pi k, \quad k \in Z$$

$$\cos x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\cos x = -1 \quad \Rightarrow \quad x = \pi + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\cos x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$$

РАЗБОР ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ КАТЕГОРИИ «В»

6. Решить неравенство $\frac{(2x+1)(x-2)}{x+3} \le 0.$

Решение:

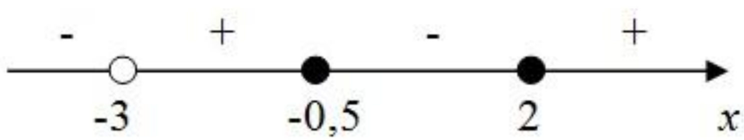
Нули числителя:

$2x+1=0 \quad \Rightarrow \quad 2x=-1 \quad \Rightarrow \quad x=-0,5$

$x-2=0 \quad \Rightarrow \quad x=2$

Нули знаменателя: $x+3=0 \quad \Rightarrow \quad x=-3$

Знаки, которые принимает левая часть неравенства на промежутках между точками $x_1=-3, \quad x_2=-0,5, \quad x_3=2$ *подсчитываем путем подстановки чисел из промежутков. Точки, изображающие нули числителя, заштрихованные, так как допускается равенство выражения нулю. Точка, изображающая нуль знаменателя, пустая, так как знаменатель дроби не должен обращаться в нуль.*



Ответ: $x \in (-\infty; \ -3) \cup [-0,5; \quad 2].$

РАЗБОР ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ КАТЕГОРИИ «В»

7. Решить уравнение $\lg(x+12)-\lg(x+3)=1$

Решение:

Область допустимых значений уравнения: $\begin{cases} x+12>0 \\ x+3>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-12 \\ x>-3 \end{cases} \Rightarrow x>-3$

Выполняем преобразование уравнения, применяя свойства логарифма:

$$\lg(x+12)-\lg(x+3)=1$$
$$\lg(x+12)-\lg(x+3)=\lg 10$$
$$\lg(x+12)=\lg 10+\lg(x+3)$$
$$\lg(x+12)=\lg(10\cdot(x+3))$$
$$x+12=10x+30$$
$$x-10x=30-12$$
$$-9x=18$$
$$x=-2$$

Ответ: $x = -2$.

Определение: $log_a b = c$, если $a^c = b$	$log_a x + log_a y = log_a xy$
$log_a a = 1$	$\log_a x - \log_a y = \frac{x}{y}$
$log_a 1 = 0$	$log_a x^n = n \cdot log_a x$
$lg\, x = log_{10} x$	$\log_{a^n} x = \frac{1}{n}\log_a x$
$ln\, x = log_e x$, где $e \approx 2{,}7$	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
Осн. лог. тождество: $a^{\log_a b} = b$	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
$b = log_a a^b$	$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$

РАЗБОР ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ КАТЕГОРИИ «В»

8. Решить неравенство $0{,}4^{2x+3} < 0{,}4^{6-x}$.

Решение: Основания степени в обеих частях неравенства одинаковые и $0 < a = 0{,}4 < 1$, *поэтому основания можно опустить, при этом знак поменяется на противоположный (если бы было* $a > 1$, *то знак неравенства сохраняется)*

Получаем: $2x + 3 > 6 - x \Rightarrow 2x + x > 6 - 3 \Rightarrow 3x > 3 \Rightarrow x > 1$

Ответ: $x \in (1;\ +\infty)$.

Свойства степени

$a^0 = 1, a^1 = a$	$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
$\frac{1}{a^m} = a^{-m}$	$(\sqrt{a})^2 = a, \sqrt{a^2} = a$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

РАЗБОР ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ КАТЕГОРИИ «В»

9. Решить уравнение $\sin^2 x - \sin x = 0$

Решение:

$\sin^2 x - \sin x = 0$

$\sin x \cdot (\sin x - 1) = 0$

$\sin x = 0$

$x = \pi k, \ \ k \in Z$

$\sin x - 1 = 0$

$\sin x = 1$

$x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in Z$

Ответ: $x = \pi k, \quad x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad k, n \in Z$.

РАЗБОР ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ КАТЕГОРИИ «В»

10. Решить уравнение $\left(\sqrt{5}\right)^{\lg x} = 5^{\lg 2} \cdot 25^{\lg\left(\sqrt{x}-1\right)}$

Решение:

Область допустимых значений: $\begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x} - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x} > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow \quad x > 1$

Приведем все выражения, входящие в уравнение, к одному основанию. Преобразуем, используя свойства степени и свойства логарифма.

$$\left(\sqrt{5}\right)^{\lg x} = 5^{\lg 2} \cdot 25^{\lg\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^{\lg x} = 5^{\lg 2} \cdot \left(5^2\right)^{\lg\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$5^{\frac{1}{2}\lg x} = 5^{\lg 2} \cdot 5^{2\cdot\lg\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$5^{\lg\sqrt{x}} = 5^{\lg 2 + \lg\left(\sqrt{x}-1\right)^2}$$

$$\lg\sqrt{x} = \lg 2 + \lg\left(\sqrt{x}-1\right)^2$$

$$\lg\sqrt{x} = \lg\left(2\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)^2\right)$$

$$\lg\sqrt{x} = \lg\left(2\cdot\left(x - 2\sqrt{x} + 1\right)\right)$$

$$\sqrt{x} = 2x - 4\sqrt{x} + 2$$

$$2x - 5\sqrt{x} + 2 = 0$$

Пусть $t = \sqrt{x} > 0$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$D = (-5)^2 - 4\cdot 2\cdot 2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$$

$$t_1 = \frac{5-3}{2\cdot 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \qquad t_2 = \frac{5+3}{2\cdot 2} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\sqrt{x_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{x_2} = 2 \Rightarrow x_2 = (2)^2 = 4$$

x_1 *не удовлетворяет ОДЗ*

Ответ: $x_2 = 4$.